

CHAPITRE

3

III SYNTHÈSE DE LOIS DE COMMANDE**III.1 Introduction**

L'objectif de ce chapitre est de synthétiser une loi de commande afin d'asservir l'angle d'élévation et d'azimut du TRMS. Nous avons présenté, dans le chapitre deux, le modèle mathématique dynamique du TRMS. Le modèle résultant est de type non linéaire et les outils fondamentaux de synthèse de lois de commande dans le domaine linéaire est sûrement insuffisants. Il peut donc être nécessaire d'avoir recours à de nouvelles méthodes.

Plusieurs techniques de synthèses des commandes sont disponibles et chacune d'elles dépend du degré des non linéarités et de l'ordre du système considéré. Nous proposons dans ce chapitre une technique de synthèse de commande non linéaire, pouvant être utilisé pour améliorer les performances de TRMS.

Nous introduisons tout d'abord la technique de linéarisation au sens des entrées sorties (Feedback linearization) pour trouver une transformation permettant de compenser les non linéarités du modèle et ainsi rendre la relation entre la sortie et l'entrée complètement linéaire, puis on va synthétiser une loi commande non linéaire basé sur cette technique.

III.2 Commande par linéarisation entrée sortie (feedback linearization)

La linéarisation entrée-sortie[NCS95] a été appliquée dans bon nombre de domaines, pour résoudre les problèmes de poursuite de sortie concernant les systèmes dynamiques non linéaires incluant les problèmes de décollage et d'atterrissage[DFC04](VTOL) des robots aériens. Cependant, il y a une grande classe de systèmes physiques qui ne satisfait pas les conditions restrictives de la linéarisation entrée-sortie. En effet, la linéarisation entrée-sortie ne peut être appliquée qu'aux systèmes non linéaires à déphasage minimal[CQM06]. Le feedback linearization est une technique de commande versatile pour les systèmes non linéaires qui fait transformer ces derniers à des systèmes linéaires en utilisant :

- une transformation non linéaire des coordonnées.
- La commande par retour d'état.

Avant de décrire les étapes à suivre pour linéariser un système, on aborde quelques notions mathématiques qui seront nécessaires à la bonne compréhension de la technique.

III.2.1 Outils mathématiques

Soit le système non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où l'état $x \in \mathbf{R}^n$, l'entrée $u \in \mathbf{R}^m$, la sortie $y \in \mathbf{R}^p$

avec : $f(x), g(x)$: Champs de vecteur supposés infiniment différentiables.

$h(x)$: Vecteur de sortie.

III.2.1.1 Gradient

On définit le gradient d'une fonction scalaire $h(x)$ par rapport au vecteur x , par le vecteur ligné $\nabla h(x)$ défini par :

$$(\nabla h)_i = \frac{\delta h}{\delta x_i} \quad (\text{III.2})$$

D'une façon similaire, le gradient d'un champ de vecteur $f(x)$ est défini par le Jacobin de f

(Matrice de $(n \times n)$) comme suit :

$$(\nabla f)_{ij} = \frac{\delta f_i}{\delta x_j} \quad (\text{III.3})$$

III.2.1.2 dérivée de Lie

Etant donnée la fonction scalaire continue $h_i(x)$ défini de $\mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ et un champ de vecteur $f(x)$ continu défini de $\mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$, la dérivé de Lie de $h_i(x)$ selon la direction du champ Vectoriel $f(x)$ est défini comme suit :

$$L_f h_i(x) = \sum_{j=1}^n \frac{\delta h_i}{\delta x_j} f_j(x) \quad (\text{III.4})$$

Le dérivé de Lie d'ordre k est :

$$L_f^k h_i(x) = \frac{\delta(L_f^{k-1} h_i)}{\delta x} f(x) \quad (\text{III.5})$$

De la même manière, si g est un autre champ vectoriel, la fonction scalaire $L_g L_f h_i(x)$ est donnée par :

$$L_g L_f h_i(x) = \frac{\delta(L_f h_i)}{\delta x} g(x) \quad (\text{III.6})$$

La définition précédente, peut être réécrite comme suit :

$$L_f h = \nabla h f = \left[\frac{\delta h}{\delta x_1} \frac{\delta h}{\delta x_2} \dots \frac{\delta h}{\delta x_n} \right] \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

L'opérateur L_f a les propriétés suivantes :

$$L_f^i = L_f (L_f^{i-1} h) = \nabla (L_f^{i-1} h) f \quad i = 1, 2, \dots \quad (\text{III.8})$$

$$L_f^0 h = h \quad (\text{III.9})$$

III.2.1.3 Difféomorphisme

La fonction différentielle $\Phi: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ définie dans une région $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ est appelée difféomorphisme si elle vérifie les deux conditions suivantes:

- Φ : Est inversible, c'est-à-dire, il existe une fonction Φ^{-1} telle que :

$$\Phi^{-1}(\Phi(x)) = x \quad \text{pour tout } x \in \Omega \in \mathbf{R}^n$$

- Φ^{-1} et Φ sont des fonctions lisses.

Le difféomorphisme est utilisé pour transformer un système non linéaire en un autre système linéaire en effectuant un changement de variables de la forme:

$$z = \Phi(x) \tag{III.10}$$

Où $\Phi(x)$ représente n variables:

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \Phi_1(x) \\ \Phi_2(x) \\ \dots \\ \Phi_n(x) \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \tag{III.11}$$

À noter que si $\Phi(z)^{-1}$ (transformation inverse) existe pour tout $z \in \mathbf{R}^n$, le difféomorphisme est dit global. Dans le cas contraire, le difféomorphisme est appelé local et on doit le considérer seulement autour de la région $\Omega \subset \mathbf{R}^n$.

Lorsque cette transformation existe, elle permet en particulier de stabiliser le système exactement comme s'il s'agissait d'un système linéaire, en utilisant les méthodes classiques des systèmes linéaires.

III.2.1.4 Degré relatif

Le degré relatif (r) de la sortie y , est le nombre de fois qu'il faut dérive par rapport au temps pour faire apparaître explicitement l'entrée u dans les dérivées de y :

$$r = \sum_{j=1}^m r_j \leq n \tag{III.12}$$

D'après cette définition littéraire on peut dire que le système (3.1) a pour degré relatif (r) s'il vérifie:

$$L_{g_i} L_f^k h_j = 0 \quad 0 < k < r_j - 1, \quad 1 \leq j \leq p, \quad 1 \leq i \leq p \tag{III.13}$$

Et :

$$L_{g_i} L_f^k h_j \neq 0 \quad k = r_j - 1 \quad (\text{III.14})$$

III.2.2 Principe de la technique de linéarisation

Nous allons montrer comment obtenir une relation linéaire entre la sortie y et une nouvelle entrée v , en effectuant un bon choix de la loi de linéarisation. Le modèle équivalent étant linéaire, on peut lui imposer une dynamique stable en se basant sur les méthodes linéaires classiques.

La nouvelle commande permet de ramener le comportement entrée-sortie du système, défini par l'équation (III.1) à celui d'un système linéaire, par différentiation des sorties y_i du système jusqu'à l'apparition des anciennes commande u_i en utilisant *la dérivée de Lie*.

L'application de la dérivée de Lie à la sortie y_i du système (III.1), donne la première dérivée comme suit:

$$\dot{y}_j = L_f h_j + \sum_{i=1}^m u_i L_{g_i} h_j \quad (\text{III.15})$$

Lorsque la première dérivée de y_j ne dépend d'aucune entrée, alors $L_{g_i} h_j = 0$, $\forall i \in \{1, \dots, m\}$

La commande n'apparaît pas. On continue la dérivation de y , jusqu'à ce qu'un des coefficients de commande ne soit pas nul. On peut écrire, dans ce cas :

$$y_j^{(r_j)} = L_f^{r_j} h_j + \sum_{i=1}^m L_{g_i} L_f^{(r_j-1)} h_j u_i \quad (\text{III.16})$$

Avec :

$$L_{g_i} L_f^{(r_j-1)} h_j \neq 0, \quad \forall x \in \Omega \quad (\text{III.17})$$

Ω : ensemble des états.

Pour trouver l'expression de la loi linéarisante u permettant de rendre linéaire la relation entre l'entrée et la sortie, on récrit l'expression (III.16) sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} & \dots & y_p^{r_p} \end{bmatrix}^T = \zeta(x) + D(x).u \quad (\text{III.18})$$

où :

$$\zeta(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_p} h_p(x) \end{bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

et :

$$D(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \cdots & L_{g_p} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_1(x) & L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_1(x) & \cdots & L_{g_p} L_f^{r_2-1} h_1(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_p-1} h_p(x) & L_{g_2} L_f^{r_p-1} h_p(x) & \cdots & L_{g_p} L_f^{r_p-1} h_p(x) \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

où $D(x)$: est appelée matrice de découplage du système.

Si on suppose que $D(x)$ n'est pas singulier, la loi de commande linéarisant a pour forme:

$$u = D(x)^{-1} \cdot (-\zeta(x) + v) \quad (\text{III.21})$$

Le schéma bloc du système linéarisé est donné à la figure (III.1).

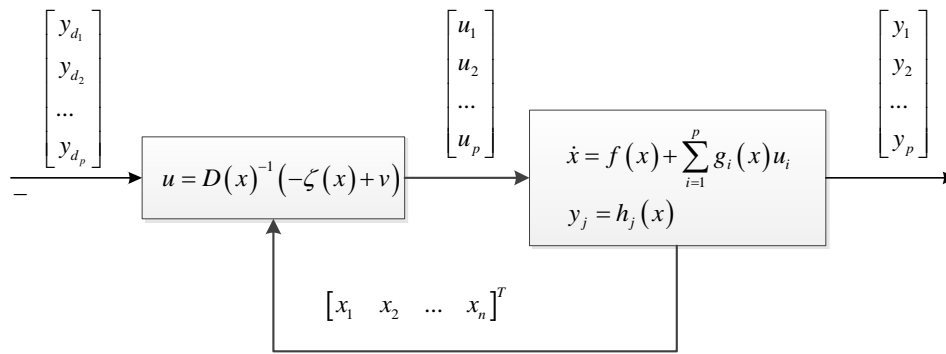


Figure III. 1 : Schéma bloc système linéarisé

En remplaçant (III.21) dans (III.1), le système équivalent devient linéaire et totalement découplé de la forme :

$$y_i^{(r_j)} = v_i \quad (\text{III.22})$$

Où :

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} & \dots & y_p^{r_p} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} v_1 & \dots & v_p \end{bmatrix}^T \quad (\text{III.23})$$

Ce qui nous permet de lui imposer n'importe quelle dynamique avec la conception d'un nouveau vecteur d'entrée v , tel que :

$$v = \begin{bmatrix} v_1 & \dots & v_p \end{bmatrix}^T \quad (\text{III.24})$$

Remarquons que l'expression (III.22) représente p intégrateurs en cascade comme il est indiqué par la figure (III.2).

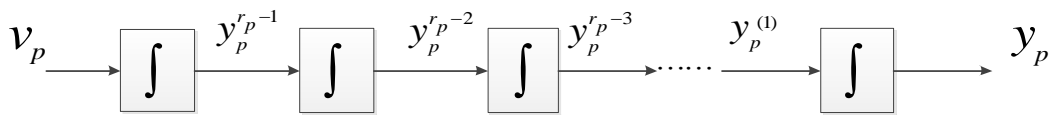


Figure III.2 : Dynamique du système linéarisé

III.2.3 Conception du nouveau vecteur de commande v

Le vecteur v est conçu selon les objectifs de commande. Pour le problème de poursuite envisagé, il doit satisfaire:

$$v_j = y_{d_j}^{(r_j)} + k_{r_j-1}(y_{d_j}^{(r_j-1)} - y_j^{(r_j-1)}) + \dots + k_1(y_{d_j} - y_j) \quad 1 \leq j \leq p \quad (\text{III.25})$$

Où les vecteurs $\{y_d, y_{d_j}^{(1)}, \dots, y_{d_j}^{(r_j-1)}, y_{d_j}^{(r_j)}\}$ définissent les trajectoires de référence imposées pour les différentes sorties. Si les k_i sont choisis de façon à ce que le polynôme $s^{r_j} + k_{r_j-1}s^{r_j-1} + \dots + k_2s + k_1$ soit un polynôme *d'Hurwitz* (possède des racines avec des parties réelles négatives), alors on peut montrer que l'erreur : $e_j(t) = y_{d_j}(t) - y_j(t)$ satisfait :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_j(t) = 0 \quad (\text{III.26})$$

Le système linéarisé en boucle fermée est donné par la figure (III.3).

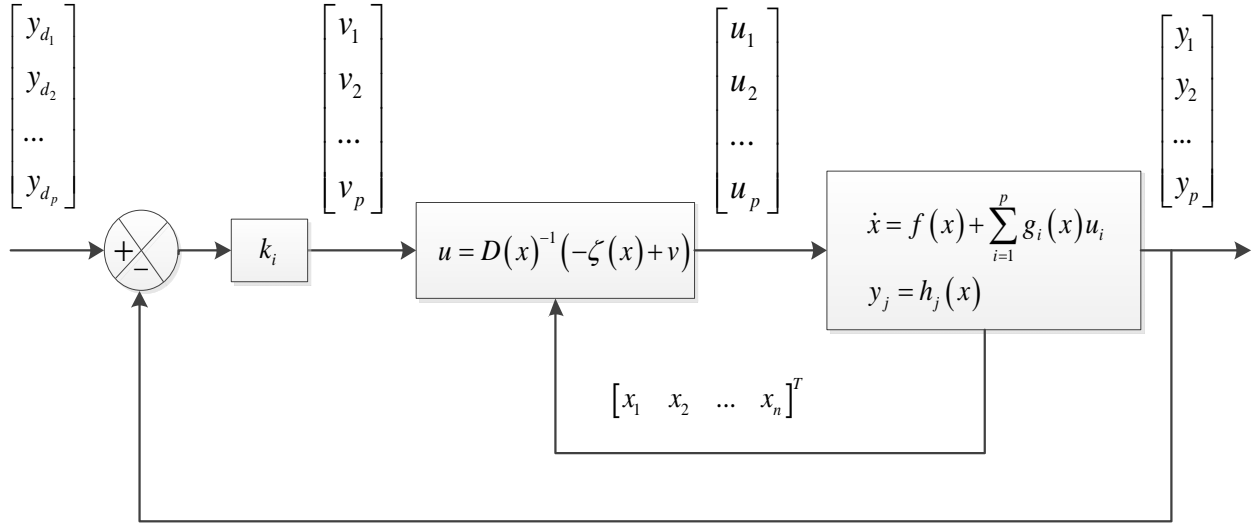


Figure III.3 : Schéma bloc du système linéarisé en boucle fermée

III.3 Synthèse de la commande par méthode de feedback linearization

III.3.1 Calcul du Degré relatif

Modèle d'état

En choisissant comme :

- Entrée : $U = [U_V U_h]^T$
- Vecteur d'état : $X = [\alpha_V \Omega_h^u u_{VV} \alpha_h \Omega_h^u u_h]^T$
- Sortie : $Y = [\alpha_h \alpha_V]^T$

On obtient le modèle d'état ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dot{S}_v + \frac{K_w J_{tr}}{J_v T_{tr}} \frac{dP_h(x_6)}{dx_6} (-x_6 + K_{tr} u_h) \\ \dot{S}_v = \frac{l_m}{J_v} F_v(P_v(x_3)) - \frac{K_v}{J_v} x_2 + \frac{g}{J_v} ((A-B)\cos(x_1) - C \sin(x_1)) - \frac{H}{2J_v} x_5^2 \sin(2x_1) \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{T_{mr}} (-x_3 + K_{mr} u_v) \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \dot{S}_h + K_w J_{mr} \left(\frac{\left[\frac{dP_v(x_3)}{dx_3} \cos(x_1) \dot{x}_3 - P_v(x_3) \sin(x_1) x_2 \right] J_h(x_1) - \frac{dJ_h(x_1)}{dx_1} P_v(x_3) \cos(x_1) x_2}{(J_h(x_1))^2} \right) \\ \dot{S}_h = l_t \frac{F_h(P_h(x_6)) \cos(x_1)}{J_h(x_1)} - K_h \frac{x_5}{J_h(x_1)} \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{T_{tr}} (-x_6 + K_{tr} u_h) \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

III.3.2 MODÈLE 1 DDL VERTICAL

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \dot{S}_v = \frac{l_m}{J_v} F_v(P_v(x_3)) - \frac{K_v}{J_v} x_2 + \frac{g}{J_v} ((A-B)\cos(x_1) - C \sin(x_1)) \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{T_{mr}} (-x_3 + K_{mr} u_v) \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

$$\Sigma_V \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_V(x_3) - g_V(x_1) - b_V x_2 \\ \dot{x}_3 = -C_V x_3 + d_V u_V \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

Avec :

$$\begin{cases} f_V(x_3) = \frac{L_m F_V}{J_V} (p_V(x_3)) \\ g_V(x_1) = \frac{g}{J_V} ((A - B) \cos(x_1) - C \sin(x_1)) \\ b_V = \frac{k_V}{J_V} \\ c_V = \frac{1}{T_{mr}} \\ d_V = \frac{k_{mr}}{T_{mr}} \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

Dérivons y jusqu'à l'apparition de la commande :

$$y = x_1 \Rightarrow \begin{cases} \dot{y} = \dot{x}_1 = x_2 \\ \ddot{y} = \dot{x}_2 = (f_V(x_3) - g_V(x_1) - b_V x_2) \\ \dddot{y} = \frac{df_V(x_3)}{dx_3} \dot{x}_3 - \frac{dg_V(x_1)}{dx_1} x_2 - b_V \dot{x}_2 \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

Remplaçons \dot{x}_1 et \dot{x}_3 par leur valeur

$$\ddot{y} = \frac{df_V(x_3)}{dx_3} [-c_V x_3 + d_V u_V] - \frac{dg_V(x_1)}{dx_1} x_2 - b_V \dot{x}_2 \quad (\text{III.33})$$

Puisque la commande apparaît dans la 3^{ème} dérivée de y , le sous système vertical a par conséquent un degré relatif égal à 3. ce-ci nous permet de conclure que le sous-système vertical Σ_V est complètement linéarisable

$$r_V = 3$$

III.3.3 MODÈLE 1 DDL HORIZONTAL

$$\begin{cases} \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \dot{s}_h = l_t \frac{F_h(P_h(x_6)) \cos(x_{01})}{J_h(x_1)} - K_h \frac{x_5}{J_h(x_1)} \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{T_{tr}} (-x_6 + K_{tr} u_h) \end{cases} \quad (\text{III.34})$$

$$\Sigma_h \begin{cases} \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = f_h(x_6) - b_h x_5 \\ \dot{x}_6 = -c_h x_6 + d_h u_h \\ y = x_4 \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

Tel que :

$$\begin{cases} f_h(x_6) = \frac{l_t F_h}{J_h(x_1)} (p_h(x_6) \cos(x_{01})) \\ b_h = \frac{k_h}{J_h} \\ c_h = \frac{1}{T_{tr}} \\ d_h = \frac{k_{tr}}{T_{tr}} \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

On procède de la même manière que pour le vertical :

$$y = x_4 \begin{cases} \dot{y} = \dot{x}_4 = x_5 \\ \ddot{y} = \dot{x}_5 = (f_h(x_6) - b_h x_5) \\ \ddot{y} = \frac{df_h(x_6)}{dx_6} \dot{x}_6 - b_h \dot{x}_5 \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

remplaçons \dot{x}_6 par leurs valeur

$$\ddot{y} = \frac{df_h(x_6)}{dx_6} [-c_h x_6 + d_h u_h] - b_h \dot{x}_6 \quad (\text{III.38})$$

Puisque la commande apparaît dans la 3^{ème} dérivée de y. le sous système vertical a par conséquent un degré relatif égal à 3. ceci nous permet de conclure que le sous-système horizontal Σ_h est complètement linéarisable.

III.4 Le difféomorphisme

Nous calculons le difféomorphisme du sous-système verticale

$$\begin{cases} y = h(z) = z_1 \\ \dot{z}_5 = z_2 = x_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 = f_V(x_3) - g_V(x_1) - b_V x_2 \\ \dot{z}_3 = \frac{\partial f_V(x_3)}{\partial(x_3)} [-c_V x_3 + d_V u_V] - \frac{\partial g_V(x_1)}{\partial x_1} \dot{x}_1 - b_V \dot{x}_2 \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

$$\dot{z}_3 = \frac{\partial f_V(x_3)}{\partial(x_3)} [-c_V x_3 + d_V u_V] - \frac{\partial g_V(x_1)}{\partial x_1} \dot{x}_1 - b_V [f_V(x_3) - g_V(x_1) - b_V x_2] = V \quad (\text{III.40})$$

Pour le cas de la régulation nous choisissons

$$U_V = \frac{1}{\frac{d_V \partial f_V(x_3)}{\partial(x_3)}} \left[\frac{c_V x_3 \partial f_V(x_3)}{\partial x_3} + \frac{\partial g_V(x_1)}{\partial x_1} x_2 + b_V [f_V(x_3) - g_V(x_1) - b_V x_2] + V \right] \quad (\text{III.41})$$

Avec :

$$V = -kz \quad (\text{III.42})$$

Ce revient à obtenir en boucle fermée la dynamique stable suivante :

$$\dot{z} = Az \quad (\text{III.43})$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} V$$

$$= -k_1 z_1 - k_2 z_2 - k_3 z_3 \quad (\text{III.44})$$

$$V = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 [f_V(x_3) - g_V(x_1) - b_V x_2] \quad (\text{III.45})$$

$$U_V = \frac{1}{d_V \frac{\partial f_V(x_3)}{\partial x_3}} \left[\frac{c_V x_3 \frac{\partial f_V(x_3)}{\partial x_3}}{\partial x_3} + \frac{\partial g_V(x_1)}{\partial x_1} x_2 + b_V [f_V(x_3) - g_V(x_1) - b_V x_2] - \right.$$

$$\left. k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 [f_V(x_3) - g_V(x_1) - b_V x_2] \right] \quad (\text{III.46})$$

Pour le problème général de poursuite de trajectoire et suivant l'équation III.25 on calcule v comme suit :

$$v_v = \ddot{z}_{1d} - k_3(\ddot{z}_1 - \ddot{z}_{1d}) - k_2(\dot{z}_1 - \dot{z}_{1d}) - k_1(z_1 - z_{1d}) \quad (\text{III.47})$$

Les valeurs de k_i doivent être choisies pour avoir le polynôme caractéristique de l'erreur suivant Hurwitz :

$$0 = (\ddot{z}_1 - \ddot{z}_{1d}) - k_3(\ddot{z}_1 - \ddot{z}_{1d}) - k_2(\dot{z}_1 - \dot{z}_{1d}) - k_1(z_1 - z_{1d}) \quad (\text{III.48})$$

Ou sous la forme :

$$0 = \ddot{e}_1 - k_3 \ddot{e}_1 - k_2 \dot{e}_1 - k_1 e_1 \quad (\text{III.49})$$

Pour le cas particulier de la régulation on met et ses dérivées $z_d = 0$.

Etant donné que $Z_1=X_1$, alors $x_{1d} = z_{1d}$, et en remplaçant les variables Z par leurs valeurs en x , on trouvera :

$$v_v = \ddot{x}_{1d} - k_3(f_v(x_3) - g_v(x_1) - b_v x_2 - \ddot{x}_{1d}) - k_2(x_2 - \dot{x}_{1d}) - k_1(x_1 - x_{1d}) \quad (\text{III.50})$$

Nous calculons le difféomorphisme du sous-système horizontal :

$$x_4 = z_1 = \alpha_H \quad (\text{III.51})$$

$$\dot{x}_4 = x_5 = z_2 \quad (\text{III.52})$$

$$\dot{x}_5 = f_H(x_6) - b_H x_5 = z_3 = U_H \quad (\text{III.53})$$

$$\ddot{x}_5 = \dot{z}_3 = -\frac{\partial f_H}{\partial x_6} c_H x_6 + \frac{\partial f_H}{\partial x_6} d_H U_H - b_H f_H(x_6) + b_H^2 x_5 \quad (\text{III.54})$$

$$U_H = \frac{1}{d_H \frac{\partial f_H}{\partial x_6}(x_6)} \left[\frac{\partial f_H}{\partial x_6}(x_6) c_H x_6 + b_H [f_H(x_6) - b_H x_5] + V \right] \quad (\text{III.55})$$

Similairement au cas vertical, on choisira pour le problème de régulation ce qui suit :

$$V = -kz \quad (\text{III.56})$$

$$\dot{z} = Az \quad (\text{III.57})$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} V \quad (\text{III.58})$$

$$V = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 [f_H(x_6) - b_H x_5] \quad (\text{III.59})$$

$$U_H = \frac{1}{\frac{d_H \partial f_H(x_6)}{\partial x_6}} \left[\frac{\partial f_H(x_6)}{\partial x_6} + b_H [f_H(x_6) - b_H x_5] - k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 [f_H(x_6) - b_H x_5] \right] \quad (\text{III.60})$$

Pour le problème général de poursuite de trajectoire et suivant l'équation III.25 on calcul e v comme suit :

$$v_h = \ddot{z}_{1d} - k_3 (\ddot{z}_1 - \ddot{z}_{1d}) - k_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_{1d}) - k_1 (z_1 - z_{1d}) \quad (\text{III.61})$$

Les valeurs de k_i doivent être choisies pour avoir le polynôme caractéristique de l'erreur suivant Hurwitz :

$$0 = (\ddot{z}_1 - \ddot{z}_{1d}) - k_3 (\ddot{z}_1 - \ddot{z}_{1d}) - k_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_{1d}) - k_1 (z_1 - z_{1d}) \quad (\text{III.62})$$

Ou sous la forme :

$$0 = \ddot{e}_1 - k_3 \dot{e}_1 - k_2 \dot{e}_1 - k_1 e_1 \quad (\text{III.63})$$

Pour le cas particulier de la régulation on met et ses dérivées $z_d = 0$.

Etant donné que $Z_1 = X_4$, alors $x_{4d} = z_{1d}$, et en remplaçant les variables Z par leurs valeurs en x, on trouvera :

$$v_h = \ddot{x}_{4d} - k_3 (f_h(x_6) - b_h x_5 - \ddot{x}_{4d}) - k_2 (x_5 - \dot{x}_{4d}) - k_1 (x_4 - x_{4d}) \quad (\text{III.64})$$

III.5 Simulation

L'étude en simulation est basée sur les valeurs numériques réelles du simulateur de TRMS. Pour tester la performance de la technique de commande par feedback linéarisation, nous nous servons des lois de commandes suivantes :

$$v_v = \ddot{x}_{ld} - \lambda_3(f_v(x_3) - g_v(x_1) - b_v x_2 - \ddot{x}_{ld}) - \lambda_2(x_2 - \dot{x}_{ld}) - \lambda_1(x_1 - x_{ld})$$

$$v_h = \ddot{x}_{4d} - k_3(f_h(x_6) - b_h x_5 - \ddot{x}_{4d}) - k_2(x_5 - \dot{x}_{4d}) - k_1(x_4 - x_{4d})$$

Les paramètres des lois de commande sont les suivants :

Pour le sous système vertical : $k_1 = 12; k_2 = 11; k_3 = 5$

Pour le sous système horizontal: $k_1 = 15; k_2 = 12; k_3 = 4$

Les résultats obtenus pour la stabilisation de l'attitude et pour la poursuite de l'appareil sont présentés dans les figures qui suivent. Il est tout à fait claire que le contrôleur assure une bonne convergence des angles de l'appareil vers les signaux de référence spécifiés avec des temps de réponse acceptable.

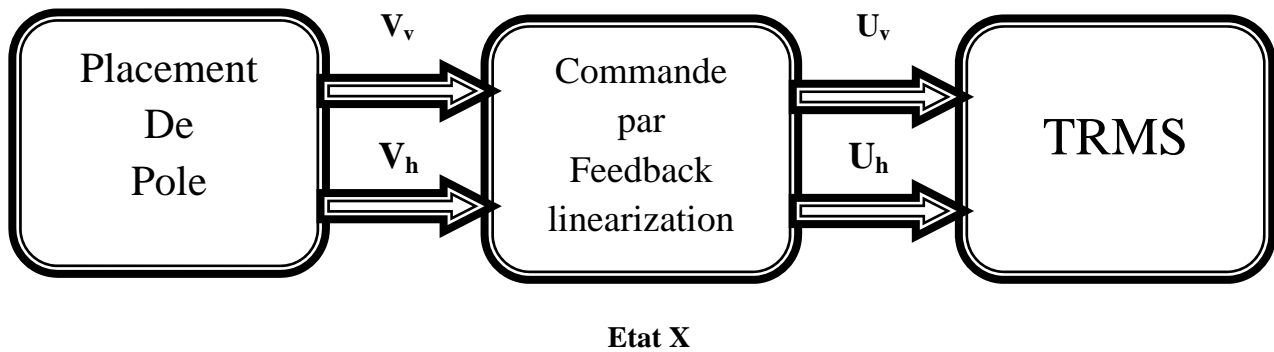


Figure III. 4 : Schéma bloc de la commande du TRMS par Feedback linearization

verticale			horizontale		
K_1	K_2	K_3	K_1	K_2	K_3
12	11	5	15	12	4

Tableau IV.4 : paramètres de la commande.

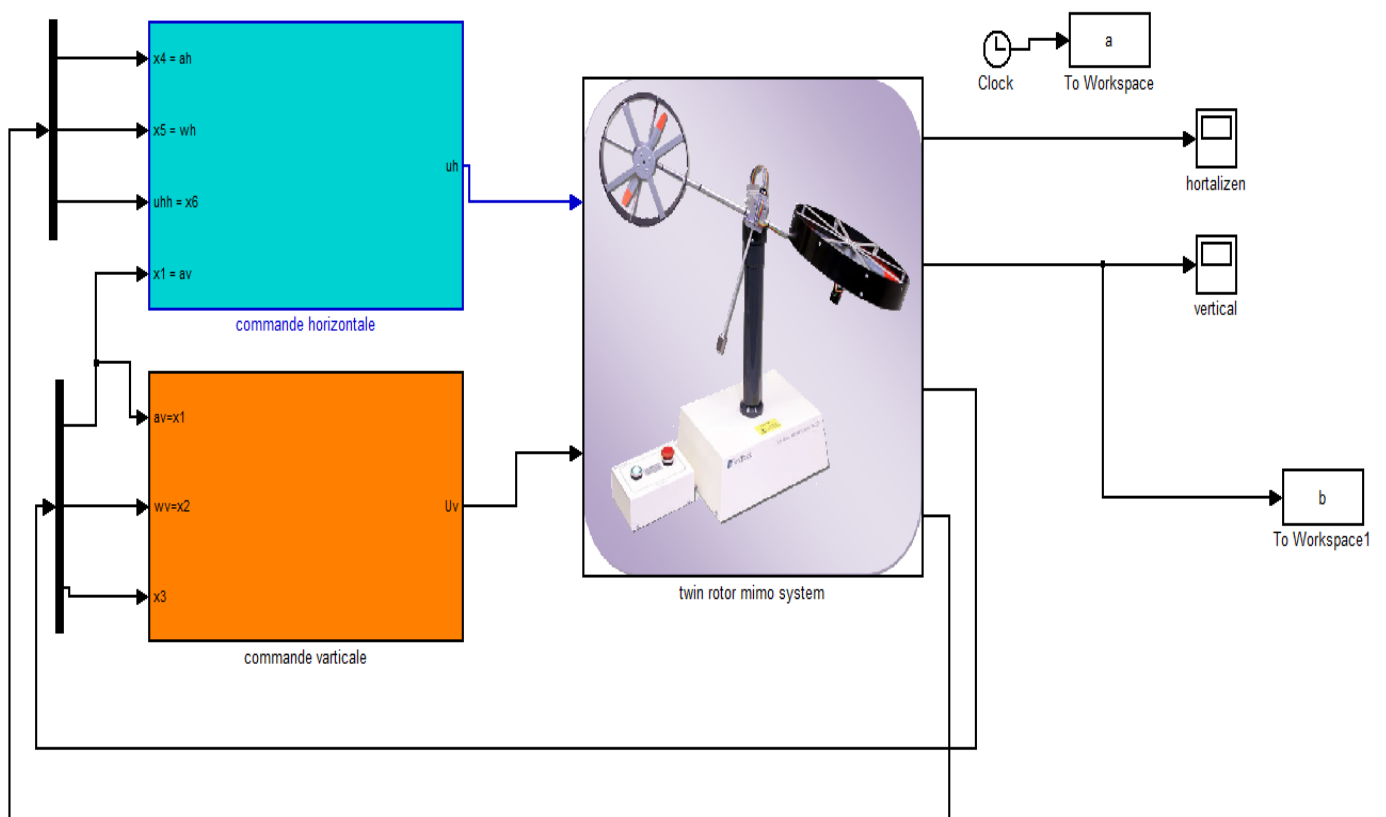


Figure III. 5 : modèle simulation du TRMS et modèle simulation du la commande de Feedback-linearization en matlab

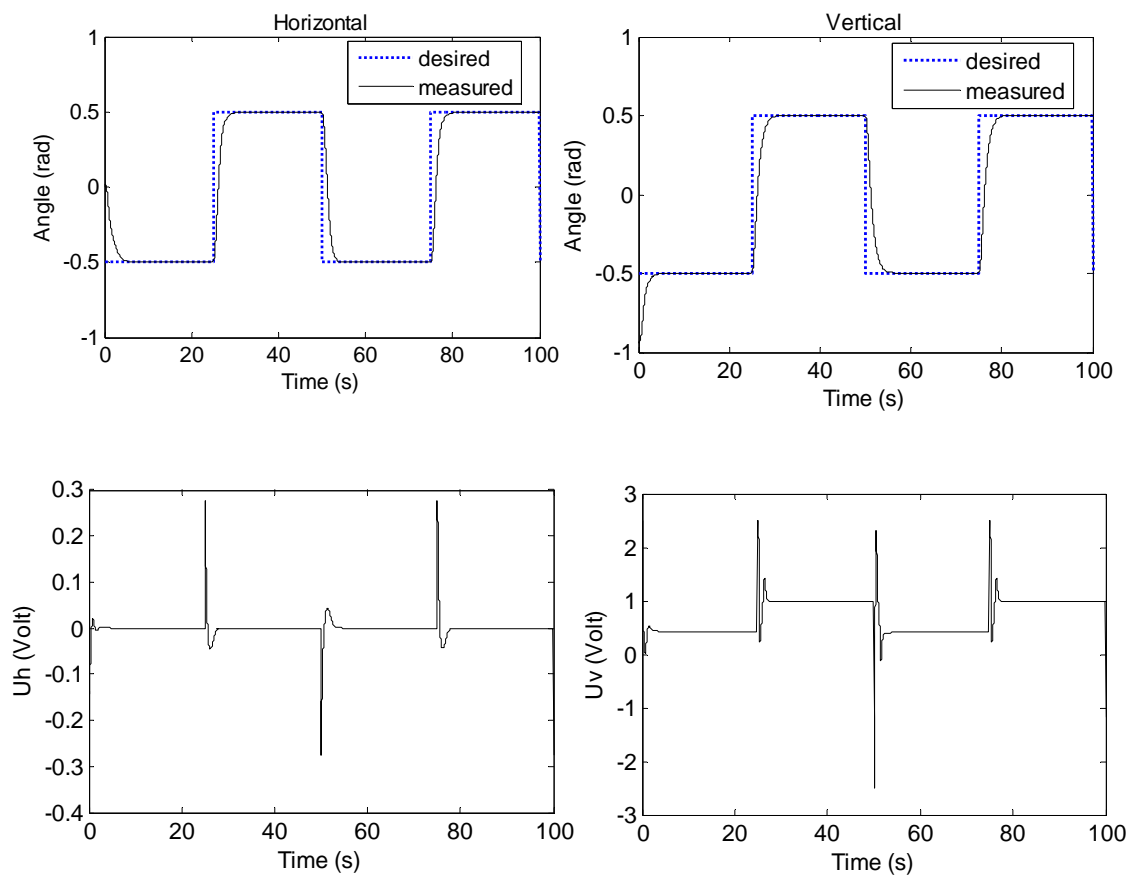


Figure III. 6 : Réponse du TRMS pour une référence carrée avec application de la commande feedback linéarisation

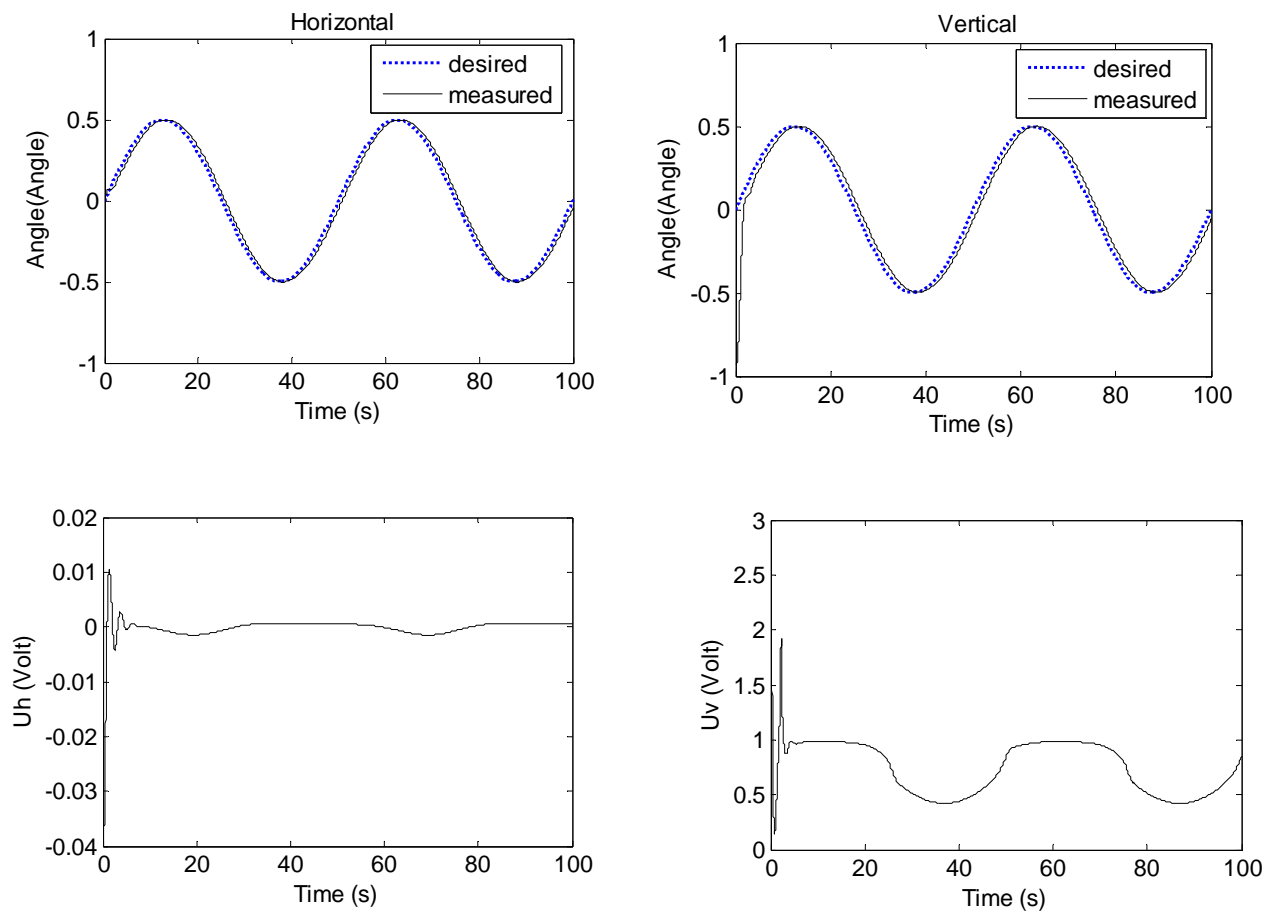


Figure III. 7 : Réponse du TRMS pour une référence Sinusoïdale avec la commande feedback linearisation

III.6 Conclusion :

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés, à la théorie et l'application de la commande par feedback linearisation. appliqué au simulateur d'hélicoptère (TRMS).

Les résultats de simulation montrent que la commande synthétisée pour les modèles à un degré de liberté, ont pu rejeter l'effet de couplage lors de leur application au modèle à deux degrés de liberté. Nous avons vu aussi que cette commande donne de très bons résultats au point de vue de la poursuite avec un temps de réponse faible.